

HARMONIK ZWISCHEN ORDNUNG UND CHAOS

Grundstrukturen der Natur und ihre Wahrnehmung durch den „Hörenden Menschen“

Vortrag auf dem Harmonik-Symposium 2010 am 2. Mai 2010

Hans G. Weidinger

1. Was ist Harmonik?

Harmonik ordnet messbaren Zahlen oder Abmessungen anhörbare Klänge zu.

Denn seit Pythagoras ist bekannt, dass die ganzzahlige Teilung einer Saite (z.B. auf einem Monochord) zu Tönen führt, die zusammen mit dem Ton der ganzen Saite einfache harmonische Intervalle ergeben.

Es ist wichtig, sich darüber im Klaren zu sein, dass einer Zahl oder einem Maß allein kann noch keine klingende Bedeutung zugeordnet werden kann. Diese entsteht erst in einem Intervall, also in einer *Tonbeziehung*, der eine Beziehungen, d.h. ein Verhältnis zwischen Zahlen oder Maßen, entspricht. In Abbildung 1 ist die Bildung der einfachsten Intervalle Oktav Quint und Terz ist dargestellt.

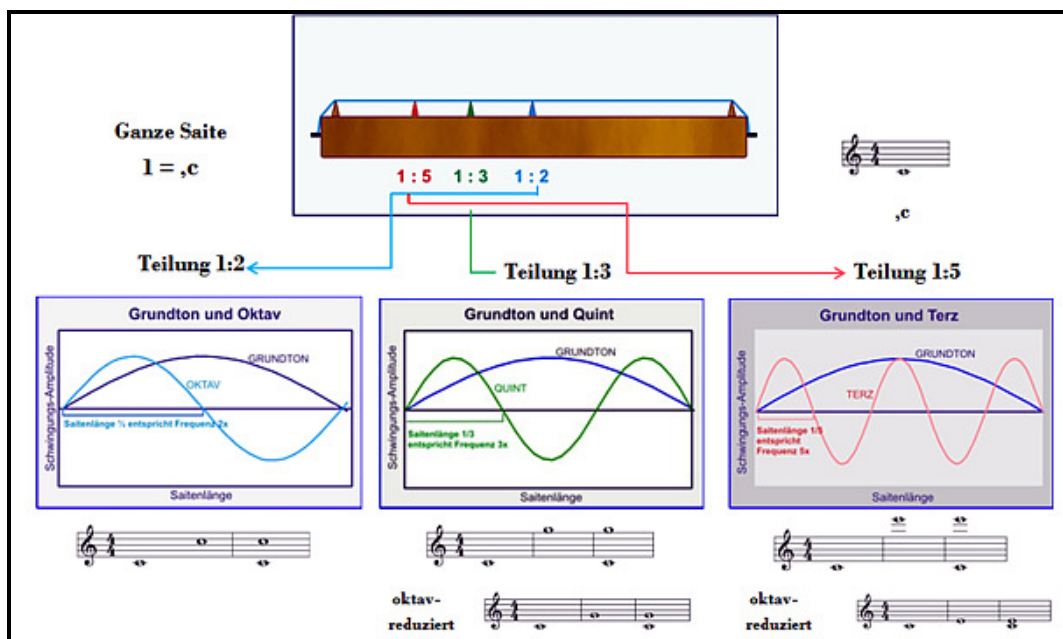


Abbildung 1 „Zahl und Klang“ am Beispiel der Teilung einer Monochord-Saite.

Wesentlich für das harmonikale Verständnis der Natur ist die Tatsache, dass beim Schwingen jeder einzelnen Saite Obertöne mitschwingen, die mit den Tönen identisch sind, so wie sie beim einfachen ganzzahligen Teilen einer Saite entstehen.

In Abbildung 2 ist die Obertonreihe auf der Basis 1=c bis zum 7. Oberton dargestellt.

Das Teilen einer Saite auf dem Monochord in

1/1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

entspricht den reziproken Werten der Saitenlänge als Frequenz-Zahl

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

Dieses Teilen erzeugt auf der Basis Grundton = „c die Töne:

„c	c	g	c'	e'	g'	b'	c''
----	---	---	----	----	----	----	-----

Das ist auch der Anfang der Obertonreihe auf der Basis „c:




Abbildung 2 Obertonreihe auf der Basis 1=c

Entsprechend entsteht bei einer fortschreitend ganzzahligen Verlängerung einer schwingenden Saite eine Untertonreihe (Abbildung 3), die jedoch nicht spiegelbildlich identisch zur Obertonreihe ist. Vielmehr weist die hier erzeugte Obertonreihe einen C-Dur-Charakter, die entsprechende Untertonreihe jedoch einen f-moll-Charakter auf.

Das Vergrößern einer Saite auf dem Monochord in

1/1	2x1	3x1	4x1	5x1	6x1	7x1	8x1
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

entspricht den reziproken Werten der Saitenlänge als Frequenz-Zahl

1/1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Dieses Vergrößern erzeugt auf der Basis Grundton = „c die Töne:

c''	c'	f	c	„as	„f	d	„c
-----	----	---	---	-----	----	---	----

Das ist auch der Anfang der Untertonreihe auf der Basis c':




Abbildung 3 Untertonreihe auf der Basis 1=c

Harmonik vermittelt also Entsprechungen:

Grundlegenden Strukturen der Natur und der Kultur entsprechen Klänge als sinnliche Wahrnehmung.

Harmonik ist somit Mittel und Weg, um auf der Basis objektiv gesicherter Erkenntnisse und ihnen zuordenbaren subjektiven Empfindungen zu einem ganzheitlichen Erlebnis der

Grundlagen der Natur und damit auch der Eingebundenheit des Menschen in eine natürlich-kosmische Ordnung zu gelangen (Abbildung 4).

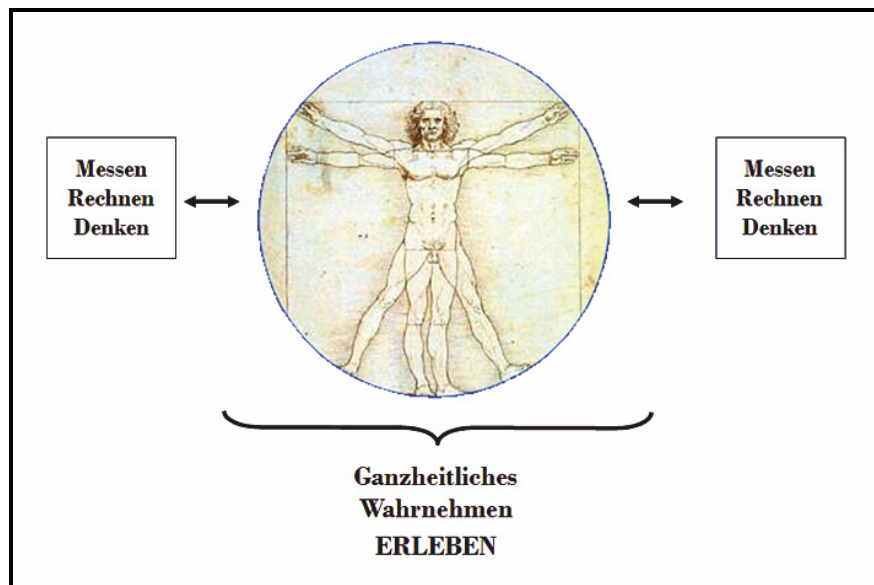


Abbildung 4 Der hörende Mensch¹

2. Was ist Chaostheorie?

Zunächst: Es gibt keine Theorie des Chaos. Aber es gibt einen wissenschaftlichen Ansatz zum Verständnis der *Beziehung* zwischen *Chaos* und *Ordnung*.

Was ist *Ordnung*? Aus bekannten Anfangsbedingungen ergeben sich stets eindeutige, reproduzierbare Ergebnisse, auch bei Änderung der Anfangsbedingungen.

z.B. eine Wurfparabel aus der Anfangsrichtung und –Kraft des Wurfes; oder eine ganz bestimmte Schwingung = Ton aus der Länge und Spannung einer Saite.

Chaos meint in der Wissenschaft allgemein einen Zustand ohne erkennbare und reproduzierbare Gesetzmäßigkeit.

In der Mathematik und Physik betrifft das heute sogenannte „Dynamische Systeme“, deren zeitliches Verhalten unter bestimmten Bedingungen nicht vorhergesagt, bzw. mathematisch nicht berechnet werden kann.

Es liegt dann chaotisches Verhalten vor, wenn bei identischem mathematischen Ansatz selbst geringste Änderungen der Anfangswerte nach einer gewissen Zeit zu einem völlig anderen Verhalten führen.

Chaos-Theorie meint deshalb eigentlich die Wissenschaft von dynamische Systemen, die *fern vom Gleichgewicht stabil* sind, so wie das in der Natur die lebendigen Systeme sind, also Viren, Bakterien, Pflanzen, Tiere und der Mensch. Auch Wetter und Klima und die

¹ Der Begriff „Der Hörende Mensch geht auf Hans Kayser zurück. Vgl. z.B. sein Buch „Der Hörende Mensch-Elemente eines akustischen Weltbildes“, Engel & Co., bzw. Lambert Schneider Verlag, Stuttgart 1993, ISBN 3-927118-05-2

Populationsdynamik von ökologische Systemen gehorchen den Regeln der dynamischen Systeme.

Abbildung 5 illustriert, was mit „fern vom Gleichgewicht“ gemeint ist.

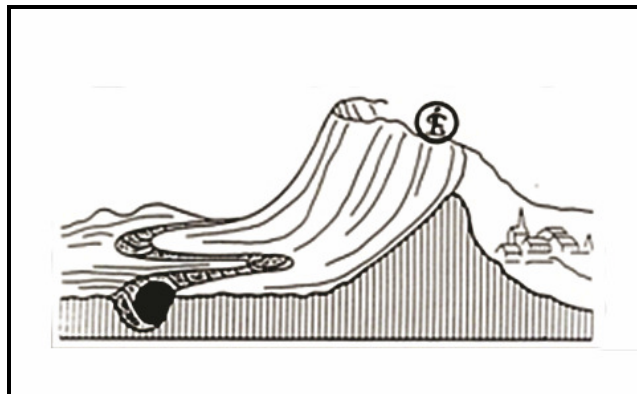


Abbildung 5 Bewegung im Gleichgewicht und Wandern fern vom Gleichgewicht²

Das Verhalten solcher Systeme hängt von geringen Veränderungen der Anfangsbedingungen ab, die nicht sicher erfassbar sind, und dabei zu chaotisch-irregulären zeitliches Abläufen führen können.

Dynamische Systeme stabilisieren sich durch Rückkopplungsmechanismen und durch Verbrauch von Energie. Sie erzeugen in zeitlich begrenzten Prozessen (Lebenszeit) komplexe Strukturen durch Selbstorganisation mittels Austausch und Weitergabe von Information.

Die Formen solcher Strukturen sind fraktal und (in begrenzten Bereichen) selbstähnlich.

Harmonik zwischen Ordnung und Chaos.

Heute verstehen wir, dass im Bereich der Begegnung von Ordnung und Chaos hochharmonische Strukturen aufleuchten. Besonders berühmt geworden ist die sogenannte Mandelbrotmenge, die populär als „Apfelmännchen“ bekannt wurde (Abbildung 6).

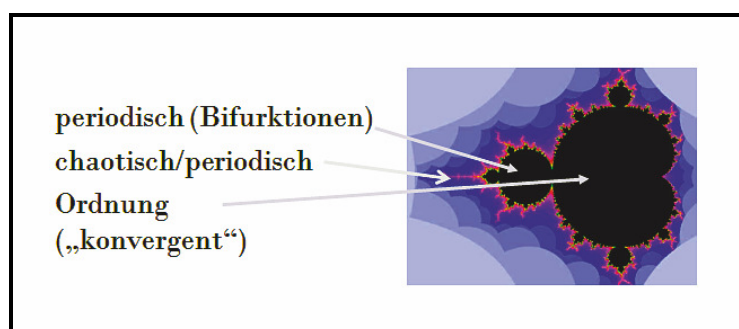


Abbildung 6 Die Mandelbrotmenge, auch „Apfelmännchen“ genannt.

² Nach Friedrich Cramer „Chaos und Ordnung: Die komplexe Struktur des Lebendigen“, Deutsche Verlags-Anstalt, Stuttgart 1988

Ein für die Harmonik besonders bedeutungsvolles Fraktal entsteht bei der Abbildung der Gleichtonlinien aus den Teiltonkoordinaten³, wie in Abbildung 7 dargestellt.

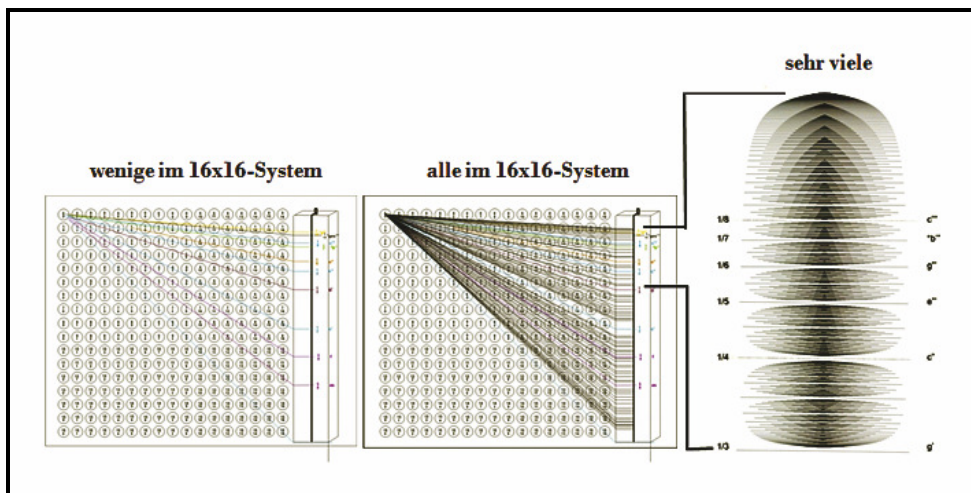


Abbildung 7 Ein aus Gleichtonlinien erzeugtes harmonikales Fraktal

Das Verhalten von dynamischen Systemen lässt sich gut an dem einfachen Beispiel der sogenannten Verhulst-Dynamik demonstrieren. Mit der von Verhulst⁴ entdeckten „logistischen Gleichung

$$x_{n+1} = w x_n (1 - x_n)$$

lassen sich u.a. die Entwicklung von Populationen berechnen. Es ist dabei zu beachten, dass es sich hierbei um ein iteratives Berechnungsverfahren handelt, wie es heute in der Regel in der Chaostheorie angewendet wird. Das heißt das Ergebnis x_{n+1} wird iterativ weiterverwendet, indem es an die Stelle von x_n eingesetzt wird.

Dabei ergeben sich dann, je nach dem für die Konstante w eingesetzten Wert verschiedene Abläufe für die Population P , nämlich

für $1 < w < 3$	Einschwingen in quasi-statische Stabilität	
für $3 < w < 3,45$	periodisches Schwingen	
für $3,45 < w < 3,54$	doppelperiodisches Schwingen	
für $w = 4$	chaotisches Verhalten	

Abbildung 8 Verschiedenes Verhalten eines dynamischen Systems

³ Nach Hans Kayser z.B. in seinem „Lehrbuch der Harmonik“, Occident, Zürich 1950

⁴ Pierre-François Verhulst, (1804 - 1849) war ein belgischer Mathematiker.

Trägt man die Population P nach vielfachen Iterationen der Verhulstgleichung gegen die Wachstumskonstante w auf, erhält man das Feigenbaum Diagramm, in dem der Wechsel der Stabilitätsbereiche erkennbar wird (Abbildung 9).

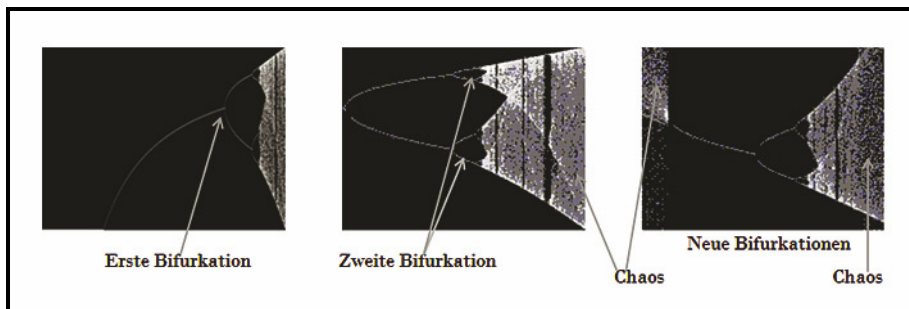


Abbildung 10 Feigenbaum Graphiken zeigen Strukturen im Chaos

Wenn man das weiter verfolgt, zeigen sich zwischen den chaotischen Bereichen hochgeordnete Zustände, in z.B. die Vervielfältigungszahlen 2 und 3 auftauchen, wie in Abbildung 10 zu sehen ist.

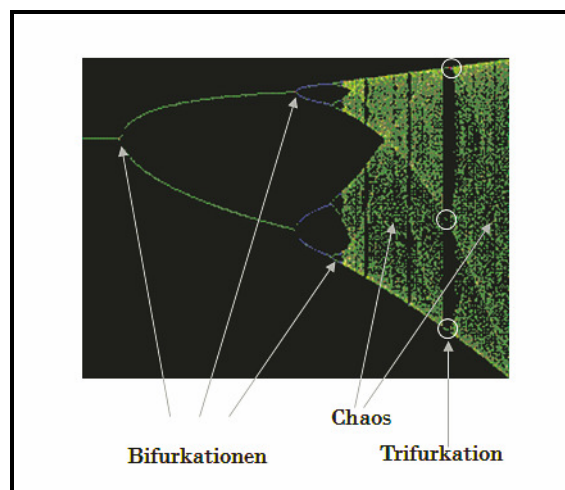


Abbildung 11 2er und 3er Perioden im Feigenbaumdiagramm

Geht man zu noch höheren Werten der Wachstumskonstant w , so finden sich auch 4er, 5er, 6er und 7er Periodizitäten. Alle Grundzahlen der Obertonreihe finden sich zwischen den chaotischen Zuständen (Abbildung 12).

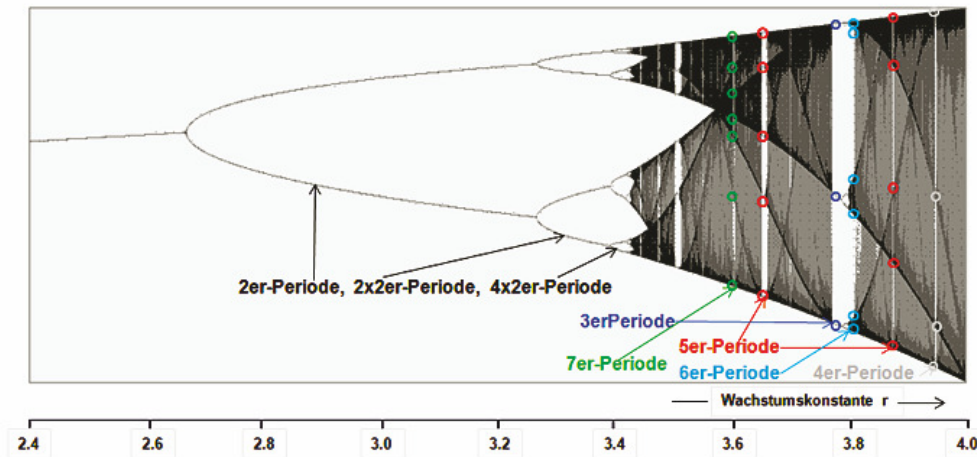


Abbildung 12 2er, 4er, 3er, 5er 6er und 7er Perioden im Feigenbaumdiagramm

Es treten also die harmonikalen Obertonzahlen 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 im Wechsel von Chaos in Erscheinung!

Das berechtigt zu der Schlussfolgerung: Die Gesetze der Harmonik sind die Gesetze eines die ganze Natur durchdringenden schöpferischen Prinzips!

